

Netzwerkprobleme

Zum lösen von mathematischen Problemen werden oft Modelle zu Hilfe genommen. Bei Netzwerken sind das meist so genannte Graphen:

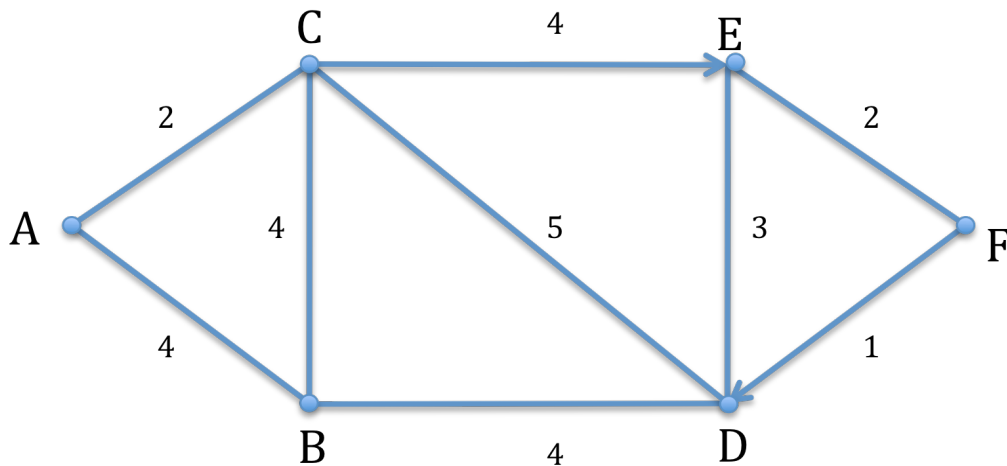


Abb.1.

Ein typischer Graph besteht aus:

- Knoten (Punkte, stehen zum Beispiel für Städte)
- und Kanten (Linien, stehen zum Beispiel für Verbindungsstraßen)

außerdem gibt es spezielle Kanten, wie etwa:

- Bewertungen (Linien mit Zahlen, stehen zum Beispiel für die Länge von Straßen)
- Gerichtete Kanten (Pfeile, stehen zum Beispiel für Einbahnstraßen)

Mögliche Anwendungen solcher Netzwerkmodelle sind:

- Energienetze
- Straßennetze
- Computerverbindungen
- Soziale Netze

Fragen zu diesen Netzwerkmodellen auf den ersten Blick zu beantworten wird mit zunehmender Größe und zunehmender Anzahl der gerichteten Kanten schwerer. Deshalb entwickeln Wissenschaftler Algorithmen. Ein klassischer Algorithmus hat meist einen Anfang, eine „Hinleitung“, einen Mittelteil der sich ständig wiederholt bis ein bestimmtes Ereignis eintritt, und einen Schluss.

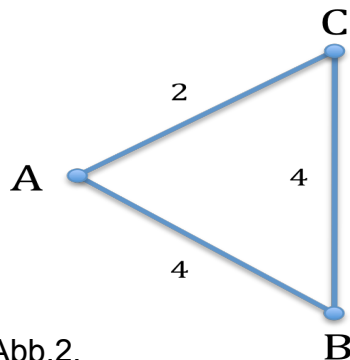
Beispiel für einen klassischen Algorithmus um herauszufinden ob alle Punkte in einem Netzwerk miteinander verbunden sind:

1. Anfang: zähle jeden der Knoten auf und macht sie zunächst weiß.
2. Mache einen beliebigen Knoten blau.
3. Mittelteil: Nun nimm einen und mache ihn rot.
4. Mache alle weißen Nachbar Knoten des nun roten Knotens blau.
5. Wiederhole Punkt 3 und 4 bis keine blauen Knoten mehr da sind.

-> wenn es noch weiße Knoten gibt, sind nicht alle Knoten in diesem Netzwerk miteinander verbunden

Ein wesentlich schwereres Netzwerkproblem hat man bei der Beantwortung der Frage nach der billigsten Rundreise oder auch Travelling Salesman Problem:

Wenn jeder Punkt eines Netzwerks miteinander verbunden ist, gibt es bei 3 Knoten nur eine mögliche Strecke, die man entweder vor- oder rückwärts fahren kann:



Hier A-B-C-A oder A-C-B-A

Abb.2.

Doch diese Möglichkeiten der Rundfahrt wachsen exponentiell schnell und das ist das Problem. Findet beispielsweise ein Wissenschaftler einen Algorithmus, mit dem ein Computer den besten Verbindungsweg zwischen 100 Knoten in 1 ms (Millisekunde) bestimmt, so braucht er schon 0,1s um 101 Städte und mit 104 Städten 25h.

Das Problem, das ich lösen sollte, lautete, bei der Rundreise durch fünf Städte (A,B,C,D,E) die alle miteinander verbunden sind durch Straßen den kürzesten Weg zu finden. Dazu dieses Modell: (Die Werte der Kanten entsprechen der Distanz der Städte)

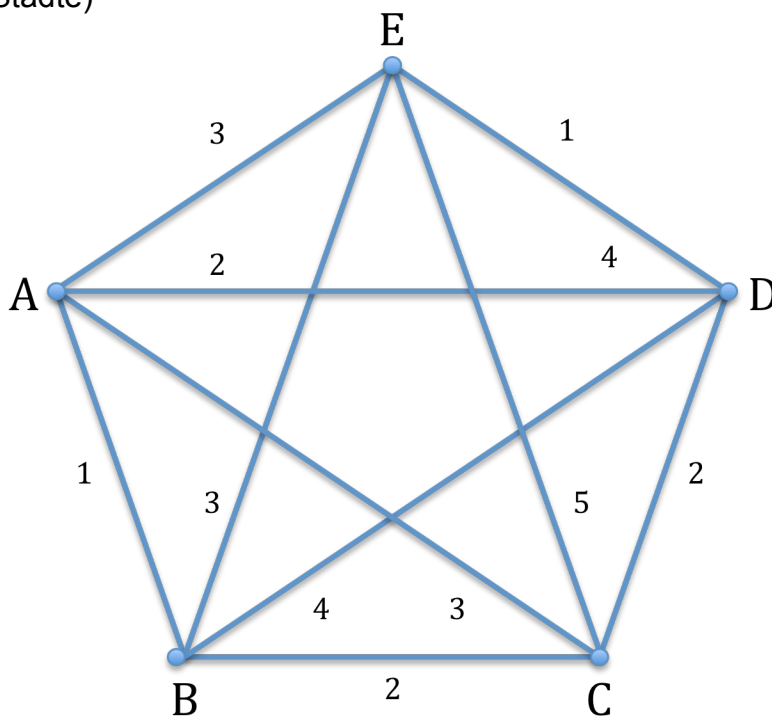


Abb.3.

Es gibt insgesamt 12 Möglichkeiten:

A-B-C-D-E-A -> 9km
A-B-C-E-D-A -> 11km
A-B-D-E-C-A -> 14km
A-B-D-C-E-A -> 15km
A-B-E-D-C-A -> 11km
A-B-E-C-D-A -> 13km
A-C-B-D-E-A -> 13km
A-C-B-E-D-A -> 11km
A-C-D-B-E-A -> 15km
A-C-E-B-D-A -> 17km
A-D-B-C-E-A -> 16km
A-D-C-B-E-A -> 12km

Die kürzeste Route wäre daher also A-B-C-D-E-A bzw. A-E-D-C-B-A